Modulo elastico: proprietà meccaniche dei tessuti del corpo, più varia da 100 Pa a 10 GPa

100 Pa = fluido osseo e sangue

1000 Pa = muscolo scheletrico e cardiaco

100 000 Pa = cartilagine

1 000 000 Pa = tendine

10 000 000 Pa = osso

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

I tessuti aventi modulo elastico < 500000 Pa sono detti TESSUTI MOLLI
I tessuti aventi modulo elastico > 500 000 Pa sono detti TESSUTI DI SOSTEGNO RIGIDI

Tessuti del corpo umano: - connettivo
- muscolare
- nervoso
- epiteliale
- osseo

- Le cellule (tessuto epiteliale) hanno un ruolo contenitivo e di protezione
- I fagocitanti vivificano i movimenti
- I tendini trasmettono la forza generata dal muscolo
- Vasi sanguigni: trasportano il sangue

Il tessuto muscolare è formato da filamenti di actina e miosina, alla base della contrazione e del rilassamento

PRESSIONE = forza per unità di area che agisce ⊥ in tutte le direzioni
SFORZO = stessa unità di misura della pressione. Tuttavia agisce in tutte le direzioni (// o ⊥)

DEFORMAZIONE (strain) = $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$

l_0 = lunghezza del tessuto inizialo in assenza di forze applicate

l = lunghezza del tessuto finale dopo l'applicazione della forza

MODULO ELASTICO: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

- è costante solo per materiali ELOI
- è non lineare per materiali viscoelastici (quasi tutti i tessuti biologici)

MATERIALE VISCOELASTICO: materiale che dissipa energia durante la deformazione. La curva di carico e di scarico non coincidono. L'area tra le due curve rappresenta la differenza di energia applicata per deformare e quella durante il rilassamento

1

La derivata della curva di carico - scarico (curva sforzo - deformazione) rappresenta l'energia dissipata (ISTERESI)
(MODULO ELASTICO)

L'energia necessaria per deformare il materiale = energia di deformazione per unità di volume

$$\int_0^{\varepsilon} \sigma \, d\varepsilon = \delta\varepsilon$$

Materiale rigido = ha modulo elastico elevato

forte = necessita di molta energia per essere deformato

fragile = è necessaria poca energia per essere deformato

plastico = subisce alterazioni permanenti

comprimibile = diminuzione del di volume

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- PROTEINE STRUTTURALI = collagene ed elastina
  - Il mat. biologico più elastico - la sua curva stress-strain è quasi lineare -
  - è una proteina che si trova nei polmoni, nella pelle, nelle pareti dei vasi

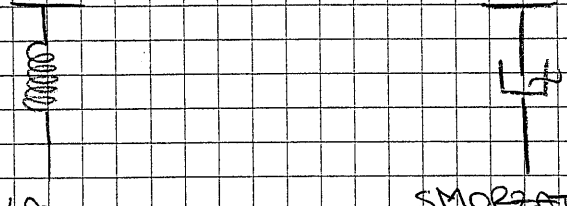
Un materiale elastico è tale se tornano allo stato iniziale una volta rimosso il carico.

- PROTEOGLICANI: macromolecola composta da proteina + GAG* (catene di disaccaridi o glicosaminoglicani)

  * Ha carica negativa e attrae Na^+, quindi anche acqua

  Con l'invecchiamento naturale Ca^{2+} sostituisce Na^+
  - altre due gruppi solfatati, lasciando meno spazio all'acqua, con conseguente perdita di elasticità del tessuto.

ANALISI COMPORTAMENTALE per mezzo di PARAMETRI CONCENTRATI



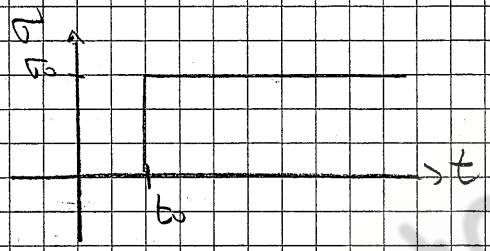
Equazione costitutiva della molla: Legge di Hooke $\sigma = E\varepsilon$

Equazione costitutiva dello smorzatore $\tau = \eta \dot{\varepsilon} = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$

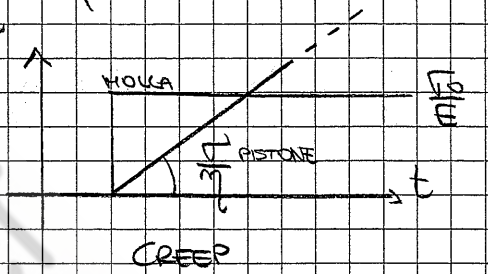
$\dot{\varepsilon}$ → derivata della deformazione

$$[\tau] = \left[\frac{N}{m^2} \cdot s\right]$$

CREEP = deformazione a seguito di uno sforzo costante



CURVA STRESS-RELAXATION



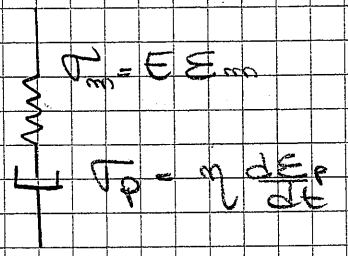
CREEP

È possibile studiare l'evoluzione di sistemi viscoelastici nel dominio Laplace

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$1/s$
t	$1/s^2$
$\dot{f}(t) = \frac{df}{dt}$	$sf(s) - f(0)$
$\delta(t)$	1
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
$\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}$	$\frac{1}{s^2+\alpha s}$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MODELLO DI MAXWELL = serie tra molla e smorzatore (MODELLO ISO-STATICO)



Lo sforzo è lo stesso su entrambi gli elementi - la deformazione totale è invece data dalla somma delle deformazioni dei due elementi

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_m \\ \sigma = \sigma_p = \sigma_m \end{cases}$$

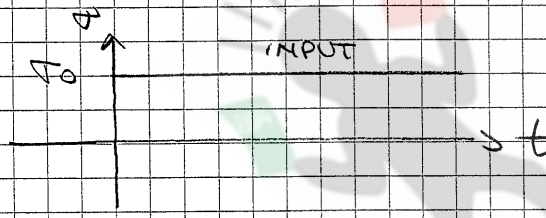
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma t}{\eta} = \sigma\left(\frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}\right) \longrightarrow \boxed{\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}}$$

eq^ne costitutiva del modello di Maxwell

Nel dominio Laplace $\longrightarrow$ $\boxed{\varepsilon(s) = \sigma(s)\left(\frac{1}{E} + \frac{1}{\eta s}\right)}$

$\frac{\text{OUTPUT}}{\text{INPUT}} = \frac{\varepsilon(s)}{\sigma(s)}$ = Funzione di trasferimento.

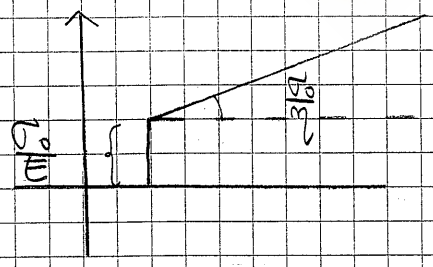
- CREEP $\Rightarrow$ σ_0 costante (sforzo costante nel tempo)



$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}\sigma_0$$

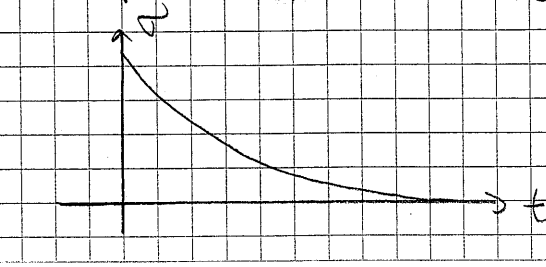
$$\varepsilon(s) = \frac{\sigma_0}{s}\left(\frac{1}{E} + \frac{1}{\eta s}\right)$$

Con $t=0$ $\rightarrow$ deformazione della molla
Per $t>0$ $\rightarrow$ entra in gioco la deformazione dello smorzatore



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

- STRESS-RELAXATION (INPUT) $\Rightarrow$ ε_0 costante (deformazione costante)



$$\sigma(s) = \varepsilon(s)\frac{E\eta s}{\eta s + E} = \frac{\varepsilon_0}{s}\left(\frac{E\eta s}{\eta s + E}\right)$$

$$= \varepsilon_0 \frac{E\eta}{\eta(s + E/\eta)}$$

$$\sigma(s) = \frac{E_0 E}{s + E/\eta} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \sigma(t) = E_0 E e^{-\left(\frac{E}{\eta}t\right)}$$

Nel dominio Laplace — dominio tempo — tempo caratteristico di rilassamento $\tau = \frac{\eta}{E}$

Nel modello di Maxwell precedente il comportamento dello smorzatore

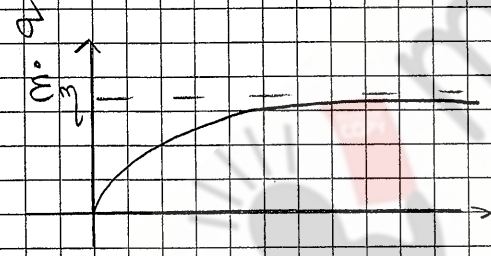
- DIPENDENZA DA $\dot{\varepsilon}$ (INPUT) (ε-dot) (si misura lo sforzo in funzione della velocità di deformazione)

$$\sigma(s) = \varepsilon(s)\left(\frac{E\eta s}{\eta s + E}\right) = \frac{\dot{\varepsilon} E}{s^2 + \frac{E}{\eta} s}$$

$\sigma(s)$ nel dominio Laplace

$$\sigma(t) = \dot{\varepsilon} E \frac{1}{\frac{E}{\eta}}\left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t}\right) = \dot{\varepsilon}\eta\left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t}\right)$$

$\sigma(t)$ nel dominio tempo.

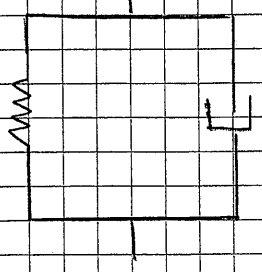


sforzo che dipende solo dalla componente viscosa

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

MODELLO VOIGT (MODELLO ISO-DEFORMAZIONE)

(parallelo tra molla e smorzatore)



La deformazione è la stessa sui due elementi - La sforzo totale è invece dato dalla somma degli sforzi sui due elementi

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_p = \varepsilon_m \\ \sigma = \sigma_p + \sigma_m \end{cases}$$

$$\sigma_T = E\varepsilon + \eta\frac{d\varepsilon}{dt} \qquad \boxed{\sigma(t) = E\varepsilon + \eta\frac{d\varepsilon}{dt}}$$

eq^ne costitutiva del modello di Voigt nel dominio tempo

$$\sigma(s) = E\varepsilon(s) + \eta(s\varepsilon(s) - \cancel{\varepsilon(0)})$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma(s) = \varepsilon(s)\left[E + \eta s\right]}$$

eq^ne costitutiva del modello di Voigt nel dominio Laplace

Funzione di trasferimento $\frac{\sigma(s)}{\varepsilon(s)} = E + \eta s$